

УДК 537.5

Коляда Ю.Е.¹, Корнилов Е.А.², Кияшко В.А.³

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ УСКОРЯЮЩЕЙ СЕКЦИИ ЛИНЕЙНОГО ИНДУКЦИОННОГО УСКОРИТЕЛЯ

Предложена математическая модель ускоряющей секции линейного индукционного ускорителя с ферромагнитными сердечниками. Полученная система нелинейных дифференциальных уравнений отличается тем, что наряду с уравнениями Кирхгофа впервые использовано уравнение импульсного перемagnetизации ферромагнетика с прямоугольной петлей гистерезиса.

Основным элементом ускоряющей секции линейных индукционных ускорителей (ЛИУ), как известно, является система ферромагнитных сердечников с прямоугольной петлей гистерезиса (ППГ). Для их перемagnetизации и формирования импульса ускоряющего напряжения используются ёмкостные накопители энергии и неоднородные формирующие линии. Несмотря на кажущуюся простоту конструкции, расчёт ускоряющей системы ЛИУ наталкивается на серьёзные трудности, связанные с решением нелинейных дифференциальных уравнений. Это связано с тем, что при перемagnetизации сердечников индукционной системы короткими импульсами тока $\sim 10^{-6}$ с, приходится учитывать влияние вихревых токов и магнитной вязкости материала сердечника. Кроме того, при нагрузке ускоряющей системы пучком частиц, задача вообще не может быть решена в рамках старых методов. В работе [1] такие расчёты выполнены путём замены реальной схемы индукционной системы ЛИУ эквивалентной схемой, в которой сердечник индуктора представлен нелинейным сопротивлением. Такой подход даёт возможность получить лишь грубую оценку некоторых конструктивных параметров и к.п.д. ускоряющей системы. Более корректно при минимальных упрощающих предположениях аналогичная задача решалась в [2]. Однако авторами не рассматривались вопросы, связанные с использованием уравнения импульсного перемagnetизации ферромагнетика с ППГ. Впервые это было сделано в [3-5], что позволило отдельно рассмотреть вопросы формирования импульса тока и напряжения в инжекторе и

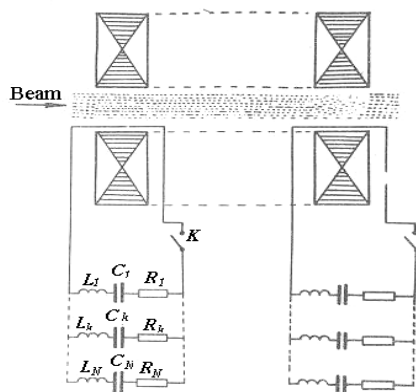


Рис. – Принципиальная электромагнитная схема ускоряющей секции (без ускорительной трубки)

ускоряющей секции линейных индукционных ускорителей, зависимость их коэффициента полезного действия от ряда важных параметров. Эти результаты открывают возможность создания целостной математической модели работы ускоряющей секции ЛИУ и определять полную совокупность параметров ускоряемых пучков и режимов работы отдельных её элементов, что явилось целью настоящей работы.

Принципиальная электромагнитная схема ускоряющей секции (без ускорительной трубки) изображена на рисунке.

К каждому индуктору – сердечнику подключена неоднородная формирующая линия (НФЛ), представляющая собой реактивную цепь первого канонического вида, состоящую из некоторого количества параллельных $L_k C_k$ ветвей с одинаковыми

¹ ПГТУ, д-р физ.-мат. наук

² ННЦ ХФТИ, д-р физ.-мат. наук, проф.

³ ННЦ ХФТИ, канд. физ.-мат. наук

индуктивностями и быстроубывающими ёмкостями при росте номера ветви k . Для сильноточного ускорителя волновое сопротивление НФЛ должно быть порядка Ома. Кроме того, в ионном варианте необходимо учитывать время пролёта частиц на длине индуктора. Ниже приведены результаты расчётов, выполненные с учётом указанных особенностей.

Система уравнений, описывающая разряд НФЛ по схеме данного рисунка, состоит из уравнений, составленных в соответствии с законами Кирхгофа и уравнений для определения скорости изменения магнитной индукции в сердечнике. При этом для учёта зависимости индукции от радиуса сердечник можно мысленно разделить на большое число тонких колец одинаковой толщины со средним радиусом R_n ($n=1,2,...m$), в каждом из которых индукция B_n не зависит от радиуса и вычисляется по полуэмпирическому уравнению импульсного перемагничивания ферромагнетика с ППГ [6].

$$\frac{dB_n}{dt} = \frac{H_n(t) - H_0}{\left[R_m \left(1 - \frac{B_n^2}{B_s^2} \right) \right]^{-1} + \frac{\sigma d^2}{8B_r} (B_n + B_r)}, \quad (1)$$

где B_r и B_s – остаточная индукция и индукция насыщения, R_m и σ – динамическое сопротивление и электропроводность материала сердечника, d – толщина ленты материала, H_0 – поле старта, а напряженность магнитного поля есть

$$H_n(t) = \frac{\sum_{k=1}^N I_k(t) - I_b(t)}{2\pi R_n} \quad (2)$$

где N – число независимых контуров НФЛ, I_k – ток разряда контура с индексом k ($k=1,2,...N$), а I_b – ток пучка. В уравнении (1) первый член, стоящий в знаменателе, характеризует влияние магнитной вязкости, а второй – действие вихревых токов. Если сердечник изготовлен из феррита, то остается только член, обусловленный магнитной вязкостью, поскольку для ферритов можно положить $\sigma = 0$. Следует также отметить, что уравнение (1) пригодно для описания процессов перемагничивания только при значениях напряженности магнитного поля $H_n > H_0$ (это следует из самого вывода данного уравнения в работе [3]). При разряде НФЛ в начальный момент все токи и, следовательно, $H_n = 0$. Поэтому в начальной стадии расчета уравнения (1) следует заменить каким либо другим выражением, аппроксимирующим петлю гистерезиса при $H_n \leq H_0$. Кроме того, данное уравнение имеет смысл лишь при монотонном изменении индукции. Чтобы использовать уравнение (1) при расчёте процессов перемагничивания, происходящих по любому закону и с любыми начальными условиями, необходимо поступить следующим образом – динамическую петлю гистерезиса при малых значениях напряженности магнитного поля аппроксимировать выражением

$$\frac{dB_n}{dt} = \chi H_n \quad (3)$$

как это сделано в работе [4]. Это выражение справедливо при $H_n \leq H_0$, должно при $H_n > H_0$ переходить в (1). Для этого надо подобрать χ . Пусть при переходе через точку $H_n = H_0$ напряжённость магнитного поля изменяется на малую величину ΔH_m . Тогда приравнявая правые части выражений (1 и 3) друг другу вблизи точки $H_n = H_0$, получим

$$\chi \approx \frac{\Delta H_m}{H_0} \left\{ \left[R_m \left(1 - \frac{B_n^2}{B_s^2} \right) \right]^{-1} + \frac{\sigma d^2}{8B_r} (B_n + B_r) \right\}^{-1} \quad (4)$$

Оценим теперь величину ΔH_n . Пусть на S -м шаге вычислений получено $H_{n,s} \leq H_0$, а на следующем шаге $H_{n,s+1} > H_0$. Тогда $\Delta H_n = H_{n,s+1} - H_0$. Эту величину можно оценить в каждом конкретном случае, затем путём подбора придать ей окончательное значение. Чтобы пользоваться уравнением (1) при $H_n < -H_0$, достаточно числитель правой части в этом выражении записать в виде $H_n \mp H_0$, где верхний знак нужно брать при $H_n > H_0$, а нижний при $H_n < -H_0$. В окончательном виде уравнение (1) можно записать следующим образом:

$$\frac{dB_n}{dt} = \frac{\varepsilon [H_n(t) \mp \gamma H_0]}{\left[R_m \left(1 - \frac{B_n^2}{B_s^2} \right) \right]^{-1} + \frac{\sigma d^2}{8B_r} (B_n + B_r)} \quad (5)$$

где $\varepsilon = \frac{\Delta H}{H_0}$, $\gamma = 0$ при $|H| < H_0$ и $\varepsilon = \gamma = 1$ при $|H| > H_0$.

Таким образом, полную систему уравнений с начальными условиями для ферромагнитного индуктора, включенного в цепь неоднородной формирующей линии и пучка заряженных частиц, проходящего по оси, можно записать в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dI_k}{dt} = \frac{U_0 - R_k I_k}{L_k} - \frac{1}{L_k C_k} \int_0^t I_k dt - \frac{\lambda S}{L_k M} \sum_{n=1}^M G_n \\ \quad k=1, 2, \dots, N \\ \frac{dB_n}{dt} = G_n = \frac{\varepsilon \left[\sum_{k=1}^N \frac{I_k(t) - I_b(t)}{2\pi R_n} \mp \gamma H_0 \right]}{\left[R_m \left(1 - \frac{B_n^2}{B_s^2} \right) \right]^{-1} + \frac{\sigma d^2}{8B_r} (B_n + B_r)} \\ \quad n=1, 2, \dots, M \\ t=0, I_k=0, I_b=I_b(0), B=-B_r. \end{array} \right. , \quad (6)$$

где L_k , C_k и R_k – соответственно полная индуктивность, ёмкость и активное сопротивление контура НФЛ с индексом k , U_0 – напряжение зарядки НФЛ. Уместно напомнить, что λ – коэффициент заполнения сердечника, а S – его площадь поперечного сечения. Результат решения системы уравнений (6) позволяет также определить напряжение U_b , ускоряющее пучок на длине индуктора и к.п.д. системы, которое определяется как отношение энергии, приобретённой пучком на длине одного индуктора, к энергии, запасённой в НФЛ. Тогда обе эти величины, подлежащие расчёту, можно объединить в систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_b(t) = \frac{\lambda S}{M} \sum_{n=1}^M G_n - L_b \frac{dI_b}{dt} \\ \eta = \frac{2 \int_0^{\tau} I_b(t) U_b(t) dt}{U_0^2 \sum_{k=1}^N C_k} \end{array} \right. , \quad (7)$$

где τ – длительность импульса пучка, L_b – индуктивность рассеяния пучка в области ускорения на длине одного индуктора. Таким образом, полученная система уравнений (6) и (7) представляет собой математическую модель ускоряющей секции линейного индукционного ускорителя.

Выводы

Используя разработанную математическую модель ускоряющей секции линейного индукционного ускорителя, можно получить с высокой степенью точности значения всех токов и напряжений на каждом элементе электрической схемы, вычислить распределение индукции в сердечнике в зависимости от времени, определить форму тока пучка и ускоряющее напряжения в секции линейного индукционного ускорителя, а также полный коэффициент полезного действия ускорителя в зависимости от различных конструктивных параметров и характера нагрузки.

Перечень ссылок

1. Вахрушин Ю.П. Линейные индукционные ускорители электронов / Ю.П.Вахрушин., А.И.Анацкий.– М.: Атомиздат, 1978.– 248с.
2. Матора И.М. Теория формирования импульсов неоднородной формирующей линией на произвольной нагрузке / И.М. Матора., В.А. Саввин // Радиотехника и электроника. – 1976. – т. 21. – №9. – С.1878 – 1886.
3. Кияшко В.А. О коэффициенте полезного действия линейных индукционных ускорителей / В.А. Кияшко, Е.А. Корнилов, Ю.Е. Коляда // Журнал технической физики.–1979.–Т.49.– С.2426-2428.
4. Кияшко В.А. Моделирование на ЭВМ ускоряющей системы линейных индукционных ускорителей / В.А.Кияшко, Е.А.Корнилов, Ю.Е.Коляда // Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Техника физического эксперимента, 1980.– Вып. 2(5).– С.86-89.
5. Кияшко В.А. Формирование импульса тока и напряжения в линейных индукционных ускорителях / В.А.Кияшко, Е.А.Корнилов, Ю.Е.Коляда // Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Техника физического эксперимента, 1980.– Вып. 2(5).– С.90-93.
6. Меерович Л.А. Магнитные генераторы импульсов / Л.А. Меерович, И.М. Ватин, Э.Ф.Зайцев, В.М. Кандыкин.– М.: Советское радио, 1968. – С.56 –65.
7. Поливалов К.М. Ферромагнетики / К.М. Поливалов.– М – Л.: Госэнергоиздат, 1957. – С.117-120.

Статья поступила 24.03.2004